называемые показателями Изобова, вычислены в работе [1]. В данной докладе для любой системы $A(\cdot) \in \mathcal{M}_n$ и каждого $k = \overline{1,n}$ вычислена верхняя граница $\nabla_k(A)$ подвижности.

Скажем, что линеал $N(\cdot)$ решений системы (1) экспоненциально больше линеала решений $L(\cdot)$ (далее будем обозначать $N(\cdot) \succeq_{\mathrm{e}} L(\cdot)$), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $T_\varepsilon \geqslant 0$, что при всех $t \geqslant \tau \geqslant T_\varepsilon$ выполнено неравенство $(\|x_1(t)\|/\|x_1(\tau)\|) : (\|x_2(t)\|/\|x_2(\tau)\|) \geqslant \exp\{-\varepsilon t\}$ для любых ненулевых решений $x_1(\cdot) \in N(\cdot)$ и $x_2(\cdot) \in L(\cdot)$.

Будем говорить, что пара линеалов $(L(\cdot), N(\cdot))$ является экспоненциально регулярной, если угол $\angle(L(t), N(t))$, $t \geqslant 0$, между этими линеалами имеет точный нулевой характеристический показатель.

Скажем, что линеал $N(\cdot)$ решений системы (1) сильно экспоненциально больше линеала решений $L(\cdot)$ (далее будем обозначать $N(\cdot) \succ_{\mathrm{e}} L(\cdot)$), если $N(\cdot) \succeq_{\mathrm{e}} L(\cdot)$ и пара $(L(\cdot), N(\cdot))$ является экспоненциально регулярной.

Старшим экспоненциальным показателем $\nabla\big|_L(A)$ линеала $L(\cdot)$ решений системы (1) назовем величину

$$\nabla\big|_L(A) = \lim_{\theta\to 1+0} \varlimsup_{\mathbb{N}\ni m\to+\infty} \theta^{-m} \sum_{j=1}^{m} \ln\|X\big|_L(\theta^j, \theta^{j-1})\|,$$

где $X\big|_L(t,\tau)$ — сужение оператора Коши $X(t,\tau)$ системы (1) на подпространство $L(\tau)$.

Теорема. *Пусть k — наименьшее число, больше или равное i, для которого существует такое разбиение пространства $\mathcal{X}_A$ решений системы* (1) $\mathcal{X}_A = L(\cdot) \oplus N(\cdot)$, *что $N(\cdot) \succ_{\mathrm{e}} L(\cdot)$ и $\dim L = k$. Тогда показатель $\nabla_i(A)$ совпадает со старшим экспоненциальным показателем $\nabla\big|_L(A)$ линеала $L(\cdot)$.*

Литература

1. Изобов Н. А. *Экспоненциальные показатели линейной системы и их вычисление* // Докл. АН БССР. 1982. Т. 26, № 1. С. 5–8.

О МЕТРИЧЕСКОЙ ТИПИЧНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПЕРРОНА ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

А.Г. Гаргянц

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
gaaaric@gmail.com

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}^n$ множество линейных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+ = [0, \infty),$$

каждую из которых отождествим с ее непрерывной (не обязательно ограниченной) функцией $A\colon \mathbb{R}^+ \to \operatorname{End}\mathbb{R}^n$. Обозначим через $\mathcal{S}(A)$ и $\mathcal{S}_*(A)$ множества всех и всех ненулевых решений системы A соответственно и положим $\mathcal{S} = \bigcup_{A\in\mathcal{M}^n} \mathcal{S}(A)$ и $\mathcal{S}_* = \bigcup_{A\in\mathcal{M}^n} \mathcal{S}_*(A)$.

Определение 1 [1, 2]. Под *показателем Перрона* $\pi\colon \mathcal{S} \to \mathbb{R}$ будем понимать функцию $\pi(x) = \varliminf_{t\to\infty} t^{-1} \ln\|x(t)\|$, $x \in \mathcal{S}_*$, $\pi(0) = -\infty$. *Показателем Перрона системы* $A \in \mathcal{M}^n$ назовем сужение π_A этой функции на пространство $\mathcal{S}(A)$, а его *главным значением* на $L \subset \mathbb{R}^n$ — величину $\Pi_L = \sup\{\pi_A(x) \mid x(0) \in L\}$.

Определение 2. Значение α показателя Перрона π_A системы $A \in \mathcal{M}^n$, принимаемое на решениях, начальные значения которых образуют подмножество $\mathcal{N} = \left(\pi_A^{-1}(\alpha)\right)(0)$ в пространстве $\mathbb{R}^n$ со стандартной мерой, называется *метрически типичным* (*существенным*), если подмножество $\mathcal{N}$ имеет полную меру (содержит подмножество положительной меры).

Понятия метрической типичности и существенности значения α показателя π_A распространяются со всего пространства $\mathbb{R}^n$ на любое его *нетривиальное* (т.е. отличное от одномерной прямой, проходящей через точку $0 \in \mathbb{R}^n$) *аффинное подпространство* L заменой в определении 2 множеств $\mathbb{R}^n$ и $\mathcal{N}$ на их пересечения с L.

Определение 3. Скажем, что показатель π_A системы $A \in \mathcal{M}^n$ обладает свойством:

а) *главной метрической типичности (существенности)*, если его главное значение на каждом нетривиальном аффинном подпространстве метрически типично (существенно).

б) *полной метрической несущественности*, если любое его значение на каждом нетривиальном аффинном подпространстве метрически не существенно.

Известно [1, 2], что показатель π_A любой *ограниченной* системы $A \in \mathcal{M}^n$ обладает свойством главной метрической типичности (а значит, и существенности). Однако для неограниченных систем это уже не так, о чем говорит следующая

Теорема 1 [3]. *Для любого $n \geqslant 2$ существует такая (неограниченная) бесконечно гладкая система $A \in \mathcal{M}^n$, что показатель π_A обладает свойством полной метрической несущественности.*

Несмотря на это, существует довольно широкий класс неограниченных систем, показатели которых сохраняют свойство даже главной метрической типичности.

Определение 4. Во множестве $\mathcal{M}^n$ выделим подмножество $\mathcal{P}^n$ систем A *степенного роста*, т.е. удовлетворяющих хотя бы для одного $k \in \mathbb{N}$ условию $\|A(t)\| = O(t^k)$ при $t \to \infty$.

Теорема 2. *Для любого $n \geqslant 2$ показатель π_A всякой системы $A \in \mathcal{P}^n$ обладает свойством главной аффинной метрической типичности.*

Литература

1. Изобов Н. А. *Введение в теорию показателей Ляпунова.* Мн.: БГУ, 2006.

2. Изобов Н. А. *О мере множества решений линейной системы с наибольшим нижним показателем* // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24, № 12. С. 2168–2170.

3. Гаргянц А. Г. *К вопросу о типичности и существенности значений показателя Перрона неограниченных линейных систем* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 11. С. 1505–1506.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Г.А. Гержановская

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина

hello_greta@mail.ru

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$y'' = \alpha_0 p(t)|y|^{\sigma_0}|y'|^{\sigma_1} f(y, y'), \tag{1}$$